

Fyzikálna olympiáda

50. ročník

školský rok 2008/09

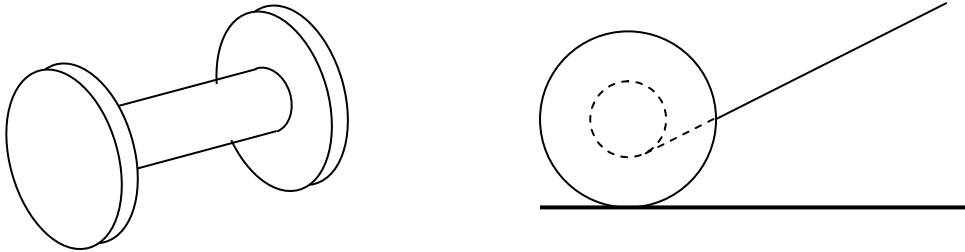
Kategória B

Úlohy domáceho kola

1. Pohyb cievky

Ivo Čáp

Na prezentácii zaujímavých experimentov jeden z účastníkov predvádzal „kúzlo“. Mal cievku, ktorá pozostávala z valca s polomerom r , ku ktorému boli prilepené čelá s polomerom $R > r$. Na valci bol navinutý pás tenkého papiera, obr. B-1.



Obr. B-1

Najprv potiahol za voľný koniec pásu a cievka sa začala kotúľať od neho. Potom povedal čarovnú formulu, opäť potiahol za pás a cievka poslušne pribehla nazad. Takto striedavo naháňal cievku k sebe a od seba. Pri pozornom sledovaní si možno všimnúť, že smer pohybu cievky možno ovplyvňovať zmenou uhla α sklonu pásu vzhľadom na vodorovnú podložku.

- Určte medzný uhol α_m , pri ktorom sa cievka nekotúľa, ak sa ťahá za pás. V tomto prípade sa cievka iba šmýka bez otáčania.
- Určte veľkosť a smer zrýchlenia cievky spôsobného ťahom za pás, ak je sklon pásu $\alpha > \alpha_m$ a $\alpha < \alpha_m$.
- Vysvetlite, ako na výsledok experimentu vplýva hmotnosť cievky, pomer polomerov r/R a koeficient trenia medzi cievkou a podložkou.

Experiment si vykúšajte, je skutočne efektný. Smer pohybu je citlivý na malú zmenu uhla v okolí uhla α_m , takže pre diváka môže pri vhodnej manipulácii vzniknúť dojem, že experimentátor ťahá za pás stále rovnako (pod rovnakým uhlom α).

2. Kyslík v atmosfére Zeme

Ivo Čáp

Jedna z teórií vývoja Zeme hovorí aj o primárnom vzniku kyslíka v atmosfére. Podľa nej došlo pred 3 mld rokov k rozkladu vodných pár na kyslík a vodík účinkom krátkovlnných zložiek slnečného žiarenia. Zatiaľ čo kyslík sa pri Zemi udržal, vodík unikol do Vesmíru. Urobme si na priblíženie tohto javu niekoľko jednoduchých výpočtov.

Zem považujeme za guľu s polomerom $R \approx 6,4 \cdot 10^6$ m, ktorá sa otáča okolo vlastnej osi s periódou $\tau \approx 24$ hod. Pre jednoduchosť budeme uvažovať konštantnú teplotu atmosféry $T = 300$ K nezávislú od výšky (v skutočnosti je teplotný profil atmosféry pomerne zložitý). Atmosféra je v pokoji vzhľadom na povrch Zeme, tzn. sleduje rotáciu Zeme okolo jej osi.

- Vyjadrite závislosť tiažovej sily od vzdialenosti od Zemského povrchu v smere zemskej osi v rovníkovej rovine. S použitím týchto závislostí vyjadrite závislosť potenciálnej energie molekuly plynu v tiažovom poli od vzdialenosti od povrchu Zeme a zostrojte grafy týchto závislostí pre teleso jednotkovej hmotnosti. Určte výšku h_m nad rovníkom, v ktorej dochádza z dôvodu nulovej tiažovej sily k úniku molekúl plynu do Vesmíru.
- Dokážte, že v tiažovom poli Zeme, za predpokladu izotermickej a termodynamicky rovnovážnej atmosféry s teplotou T , sa mení koncentácia molekúl danej plynnej zložky

podľa zákona $n = n_0 e^{-E_p/k_B T}$, kde n_0 je koncentrácia pri povrchu Zeme, E_p je potenciálna energia molekuly vzhľadom na povrch Zeme a k_B Boltzmannova konštanta. Použitím tohto vzťahu vyjadrite pomery koncentrácie molekúl plynu vo výške h_m a pri povrchu Zeme pre kyslík O_2 a pre vodík H_2 . Použitím výsledku ukážte, že z atmosféry uniká viac vodíka ako kyslíka.

- Určte hodnoty strednej kvadratickej rýchlosti molekúl H_2 a O_2 pri teplote T .
- Predpokladajme pre jednoduchosť, že molekula unikne do Vesmíru, ak sa vyskytuje vo výške h_m a má radiálnu zložku rýchlosti smerom od Zeme (polovica molekúl). Na základe jednoduchých výpočtov určte čas t_H , za ktorý unikne 1 % molekúl vodíka z atmosféry Zeme a rovnako čas t_O pre kyslík pri uvedených zjednodušených podmienkach. *Pozn.: Vychádzajte z toho, že podstatná časť molekúl určujúca tlak plynu na povrchu Zeme sa nachádza v tenkej vrstve s hrúbkou $h \ll R$ pri povrchu Zeme, kde možno uvažovať konštantné tiažové zrýchlenie g .*

Na základe výsledkov posúďte, či nehrozí aj únik kyslíka a dusíka do Vesmíru.

Pri výpočtoch vyhládajte potrebné hodnoty v tabuľkách alebo na internete. *Pozn.: tiažová sila v sústave spojenej s rotujúcou Zemou je výslednica gravitačnej sily a odstredivej sily.*

3. Sústava nabitých častíc

Matúš Medo

V tejto úlohe budeme skúmať rovnovážne polohy štvorice guľôčok s elektrickým nábojom a rovnakou hmotnosťou m .

- Guľôčky, každá s nábojom Q , sú umiestnené vo vrcholoch štvorca s dĺžkou strany a vo vodorovnej rovine. Aby sa sústava nerozpadla, guľôčky sú spojené nevodivými nitami po obvode štvorca. Určte veľkosť sily F , ktorá napína každú z týchto nití.
- Štyri nite s dĺžkou l sú zavesené v jednom bode a na konci každej z nich je guľôčka s nábojom Q . Guľôčky sa v rovnováhe nachádzajú vo vrcholoch vodorovného štvorca s dĺžkou strany a . Určte veľkosť náboja Q .
- V prípade b) nabijeme dve protihľadá guľôčky s nábojom Q na náboj $-Q$. Usporiadanie do štvorca s dĺžkou strany a zabezpečíme tak, že necháme guľôčky obiehať rýchlosťou v_0 po vodorovnej kružnici okolo stredu štvorca. Určte veľkosť rýchlosti v_0 .

4. Elektrické pole kondenzátora

Milan Grendel

Platňový kondenzátor je tvorený dvomi zvislými rovnakými rovnobežnými elektricky vodivými platňami s konštantnou hrúbkou a plošným obsahom S . Vzďialenosť ľavej platne kondenzátora od jeho pravej platne je d , medzi platňami je vzduchová medzera. Na ľavú platňu dodáme elektrický náboj Q_1 , na pravú elektrický náboj Q_2 .

- Elektrický náboj sa rozloží po povrchu platní tak, že na vonkajšej a vnútornej strane ľavej platne sú hodnoty náboja Q_{10} , Q'_{10} , na vnútornej a vonkajšej strane pravej platne sú hodnoty náboja Q_{20} , Q'_{20} . Určte tieto náboje.
- Aké napätie U_0 je na kondenzátore a aká je veľkosť elektrickej intenzity E_0 elektrického poľa medzi platňami?
- Aká je energia E_{p0} elektrostatického poľa, ktoré sa nachádza v priestore medzi platňami?

- d) Aká je veľkosť F_0 sily vzájomného pôsobenia medzi platňami?
- e) Aké budú elektrické náboje Q_{11} , Q'_{11} , Q_{21} , Q'_{21} na vnútorných a vonkajších stranách platní v ustálenom stave, ak platne spojíme tenkým vodičom, ktorý má zanedbateľnú kapacitu?
- f) O akú hodnotu ΔE_p a akým spôsobom sa zmení elektrostatická energia kondenzátora v predošlom prípade? Čo je príčinou tejto zmeny?

Pri riešení predpokladajte, že rozdelenie náboja na každej strane oboch platní možno považovať za rovnomerné a okrajové efekty neuvažujeme.

Úlohu riešte najprv všeobecne a potom pre hodnoty $S = 100 \text{ cm}^2$, $d = 10,0 \text{ mm}$ a tri rôzne prípady:

1) $Q_1 = 500 \text{ pC}$, $Q_2 = 200 \text{ pC}$,

2) $Q_1 = Q_2 = 100 \text{ pC}$,

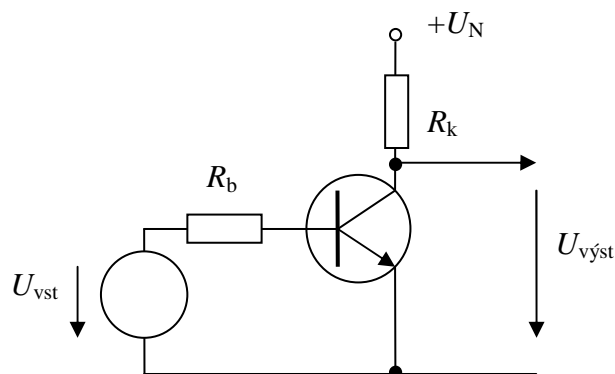
3) $Q_1 = -200 \text{ pC}$, $Q_2 = 100 \text{ pC}$.

Permitivita vákua $\epsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12} \text{ F} \cdot \text{m}^{-1}$.

5. Tranzistorový zosilňovač

Ivo Čáp

Tranzistory sa používajú, okrem iného, ako lineárne zosilňovače signálu. Uvažujme jednoduchý zosilňovač s tranzistorom v zapojení so spoločným emitorom, obrázok B-2.



Obr. B-2

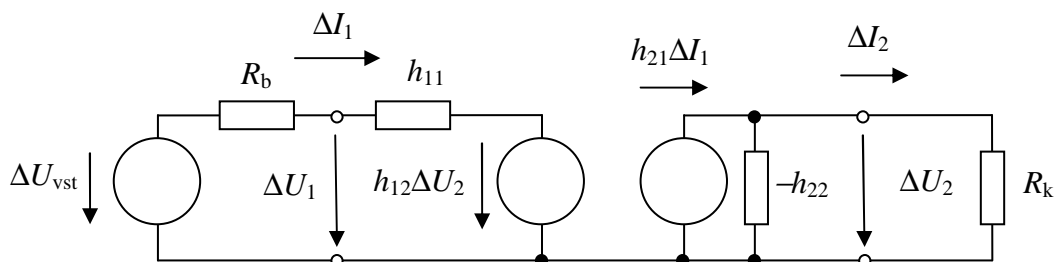
Závislosť zmeny vstupných a výstupných veličín je určená dvojicou lineárnych rovníc

$$\Delta U_1 = h_{11} \Delta I_1 + h_{12} \Delta U_2$$

$$\Delta I_2 = h_{21} \Delta I_1 + h_{22} \Delta U_2,$$

kde h_{ij} sú h -parametre tranzistora udávané výrobcom.

Pre zmeny obvodových veličín možno obvod prekresliť na schému podľa obrázka B-3.



Obr. B-3

Pre tranzistor KC 510 katalóg udáva hodnoty $h_{11} = 4,0 \text{ k}\Omega$, $h_{12} = 1,8 \cdot 10^{-4}$, $h_{21} = 300$, $h_{22} = 27 \text{ }\mu\text{S}$. Podľa jednotiek vidno, že h_{11} je vstupný odpor a $-h_{22}$ výstupná vodivosť, h_{21} je prúdový zosilňovací činiteľ a h_{12} súčiniteľ napäťovej spätnej väzby.

- Určte napäťové zosilnenie zosilňovača $A_U = \Delta U_2 / \Delta U_{\text{vst}}$.
- Určte prúdové zosilnenie zosilňovača $A_I = \Delta I_2 / \Delta I_1$.
- Určte vstupný odpor zosilňovača $R_{\text{vst}} = \Delta U_1 / \Delta I_1$.

Úlohu riešte všeobecne a potom pre hodnoty $R_b = 50 \text{ k}\Omega$ a $R_k = 50 \text{ }\Omega$.

6. Voľný pád s odporom vzduchu

Ivo Čáp

Pri riešení dynamiky voľného pádu zvyčajne zanedbávame odpor prostredia a pohyb považujeme za rovnomerne zrýchlený so zrýchlením $g \approx 9,81 \text{ m}\cdot\text{s}^{-2}$.

- Určte rýchlosť dopadu kvapky dažďa tvaru gule s priemerom $d = 5,0 \text{ mm}$ na zem, ak padá z výšky $h_1 = 1,0 \text{ km}$; neuvažujeme odpor vzduchu. Porovnajme kinetickú energiu, ktorú by kvapka nadobudla počas pádu s kinetickou energiou strely s hmotnosťou $m_s = 0,50 \text{ g}$ vystrelenou zo vzduchovky rýchlosťou $v_0 = 220 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$. Bolo by v takom prípade bezpečné pohybovať sa v daždi?

Pri pohybe telies, najmä pri vysokých rýchlostiach, nemožno zanedbať odpor prostredia. Pri pohybe vo vzduchu sa uplatňuje najčastejšie aerodynamický odpor, daný Newtonovým vzťahom $F_o = k v^2$, kde $k = (1/2) \rho c_x S_x$. (Vysvetlite význam veličín, pre teleso tvaru gule je $c_{xg} = 0,50$; pre dutú polguľu otvorenú proti smeru pohybu $c_{xpg} = 1,3$.)

- Akú rýchlosť nadobudne kvapka podľa časti a), ak uvažujeme odpor vzduchu. Výsledok porovnajme s výsledkom časti a). (Hustotu vzduchu určte použitím stavovej rovnice, vzduch považujte za ideálny plyn o teplote $20 \text{ }^\circ\text{C}$ a tlaku 100 kPa .)

Na spomalenie pádu parašutistu sa využíva padák. Uvažujme zoskok z výšky $h_2 = 2,0 \text{ km}$. V prvej časti pádu nadobudne parašutista bez otvorenia padáku ustálenú rýchlosť voľného pádu v_{m1} . V určitej výške h_3 otvorí padák, čím sa jeho rýchlosť spomalí na hodnotu bezpečnú pre dopad na zem. Pri páde so zatvoreným padákom pre zjednodušenie považujeme parašutistu za homogénnu guľu s hmotnosťou $m_p = 100 \text{ kg}$ a hustotou $\rho_p \approx 1,0 \cdot 10^3 \text{ kg}\cdot\text{m}^{-3}$. Po otvorení padáka uvažujte odporovú silu zodpovedajúcu dutej polguli s priemerom $D = 6,0 \text{ m}$.

- Určte závislosť rýchlosti v pádu parašutistu so zatvoreným padákom od dráhy pádu x . Určte dráhu x_1 pádu, na ktorej parašutista nadobudne $p_1 = 99 \%$ výslednej ustálenej rýchlosti. Závislosť znázornite graficky.
- Určte závislosť rýchlosti v parašutistu od dráhy x od okamihu otvorenia padáka. Predpokladajte, že pri otvorení padáka má parašutista ustálenú rýchlosť pádu z časti c). Závislosť znázornite graficky. Určte minimálnu výšku nad zemou h_{min} , v ktorej musí parašutista otvoriť padák, aby nebola rýchlosť dopadu na zem väčšia ako $v_{\text{max}} = 10 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$.

Pri riešení častí c) a d) použite numerickú metódu konečných prírastkov, pri ktorej pohyb rozdélite na veľmi krátke časové intervaly Δt , počas ktorých možno pohyb opísať jednoduchými vzťahmi $v(t + \Delta t) = v(t) + a(t) \Delta t$ a $x(t + \Delta t) = x(t) + v(t) \Delta t$.

Riešenie spracujte pomocou vhodného programu na počítači.

7. Vyšetrovanie magnetického poľa priameho vodiča – experimentálna úloha Ivo Čáp

S použitím magnetickej strelky vyšetríte závislosť indukcie magnetického poľa, ktoré vytvára vo svojom okolí priamy vodič s elektrickým prúdom, od vzdialenosti r od osi vodiča.

Teória:

Zem predstavuje obrovský magnet v dôsledku pohybu ionizovanej hmoty v tekutom vnútri Zeme. Na povrchu Zeme sú indukčné čiary kolmé na jej povrch iba na severnom a južnom magnetickom póle. V každom inom mieste zemského povrchu je nenulová aj vodorovná (horizontálna) zložka indukcie zemského magnetizmu. Strelka kompasu sa vždy ustáli v smere horizontálnej zložky magnetickej indukcie výsledného poľa v danom mieste.

V okolí priameho vodiča s prúdom I sa vytvára magnetické pole, ktorého vektor magnetickej indukcie je kolmý na vodič a vo vzdialenosti r od jeho osi má veľkosť

$$B = k \frac{I}{r}, \text{ kde } k = \frac{\mu_0}{2\pi} = 2,0 \cdot 10^{-7} \text{ H} \cdot \text{m}^{-1}.$$

Úlohy:

1. Zostrojte jednoduchý kompas pomocou malej ihly plávajúcej na hladine vody uprostred pohára. Ihlu pred opatrným vložením na povrch vody zmagnetizujte pomocou magnetu. (Pozn.: Ihla pláva na povrchu vody v dôsledku povrchového napätia vody).
2. Pomocou internetu <http://www.ngdc.noaa.gov/geomag/magfield.shtml> (Magnetic Field Calculator) určte zložky a celkovú veľkosť magnetickej indukcie v slovenskom meste najbližšom k vášmu bydlisku. Zistite tieto hodnoty aj pre vybrané mesto v blízkosti rovníka a v blízkosti polárneho kruhu a tieto hodnoty porovnajte. Vyhľadajte miesto na Zemi s nulovou vertikálnou zložkou magnetickej indukcie zemského magnetického poľa. Vysvetlite pojmy „deklinácia“ a „inklinácia“ a určte ich hodnoty na Slovensku. Pomocou nákresu zemegule vyznačte vektory magnetickej indukcie v jednotlivých miestach.
3. Pomocou vami zostrojeného kompasu určte smer horizontálnej zložky v mieste merania.
4. Nad pohár so strelkou umiestnite dostatočne dlhý priamy vodič (dĺžka oveľa väčšia ako vzdialenosť strelky od vodiča počas merania) tak, aby smer vodiča zodpovedal určenému smeru horizontálnej zložky indukcie magnetického poľa Zeme a aby zvislá os otáčania strelky prechádzala vodičom.
5. Vodič pripojte cez sériovo pripojený reostat na zdroj konštantného napätia a pomocou zaradeného ampérmetra nastavte vo vodiči taký prúd, aby pri vzdialenosti približne 10 cm vodiča od strelky vychýlenie strelky od pôvodného smeru bolo približne 20°. (Pozn.: Výsledné magnetické pole je vektorovým súčtom poľa Zeme a vodiča).
6. Pomocou uhlomera určte výchylku strelky pre daný prúd a rôzne vzdialenosti r vodiča od strelky. Vypočítajte veľkosť B magnetickej indukcie poľa priameho vodiča pre rôzne vzdialenosti r , nakreslite príslušný graf a overte, či indukcia magnetického poľa vodiča s prúdom závisí nepriamo úmerne od vzdialenosti r od vodiča (Pozn.: Pre splnenie úlohy zvolte vhodnú mierku na osiach).
7. Určte hodnotu konštanty k , ktorá vyplýva z vášho merania, a porovnajte ju s uvedenou teoretickou hodnotou. Meranie opakujte pre päť rôznych hodnôt prúdu I vodiča a výsledky štatisticky vyhodnoťte.

50. ročník Fyzikálnej olympiády – úlohy domáceho kola kategórie B

Autori úloh: Ivo Čáp, Matúš Medo, Milan Grendel

Recenzia: Ľubomír Mucha, Mária Kladivová

Technická úprava: Ivo Čáp

Vydal: IUVENTA, 2008

Ďalšie informácie na <http://fpy.uniza.sk/fo> a www.olympiady.sk

V rámci prípravy odporúčame riešiteľom FO súčasne riešiť aj Fyzikálny korešpondenčný seminár FKS www.fks.sk.

© Slovenská komisia Fyzikálnej olympiády, 2008